

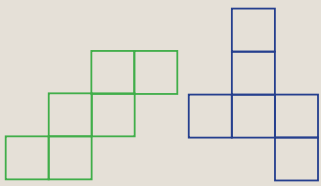
Desarrollos planos

Reflexiones adicionales

El **desarrollo plano** de una forma tridimensional es una representación en el plano que al ser transformada de forma adecuada permite obtener la forma tridimensional dada.

No todos los cuerpos tienen un desarrollo plano.

También puede haber más de un desarrollo plano para un cuerpo. Por ejemplo, para el cubo:



Se comentó con anterioridad (en la columna de reflexiones adicionales) la relevancia que tiene para este tema la **actividad de visualización**, la cual implica, en general, dos procesos: interpretación de información figurada (*) y procesamiento visual.

La **interpretación de información figurada** hace referencia al proceso de comprensión e interpretación de las representaciones visuales, el cual permite extraer la información que contienen éstas.

El **procesamiento visual** hace referencia a la interpretación de información no figurada en imágenes, o bien, al proceso de transformación de unas imágenes en otras.

(*) Información figurada es información expresada por medio de imágenes.

En las páginas 37 a 42 y 46 del Tomo VI, Vol.1 se estudian los desarrollos planos.

Como antecedente a esta lección, se cuenta con la lección de las páginas 78 a 80 del Tomo III, Vol.2 en la cual se trabajó con cajas rectangulares (prismas rectangulares y cubos). En el sexto grado se les da nombre a estas formas y se avanza en su formalización.

En la página 38 (Fig. 1) se caracteriza al prisma rectangular y al cubo, recordando que estas formas están constituidas de caras, aristas y vértices (esta información se dio a conocer en el tercer grado).

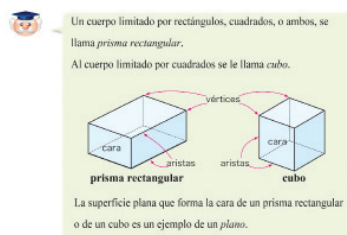


Fig.1

A partir de un prisma rectangular, en la siguiente página se ilustra cómo “extraer” sobre un papel una red de puntos y rectas que formarán lo que se conoce como el **desarrollo plano** del prisma (Fig. 2), que al ser doblado como ahí se ilustra, se obtiene un prisma rectangular similar al que sirvió de modelo.

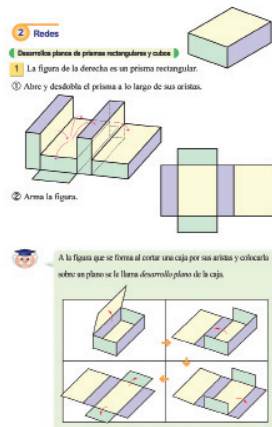


Fig.2

Esta experiencia es relevante porque enseña al alumno a apropiarse de algunas formas que aparecen en el entorno, le capacita para desagregarlas e integrarlas, transitando de una representación plana a otra tridimensional y recíprocamente.

Las actividades de las páginas siguientes ilustran las habilidades de percepción visual que esta forma de enseñanza posibilita (Fig. 3). Utilizando únicamente la capacidad de visualización el alumno debe poder concluir lo siguiente:

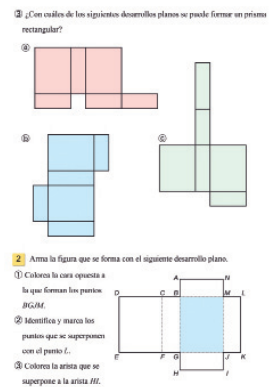


Fig.3

- Si determinado desarrollo plano puede generar o no un prisma o un cubo.
- Cuáles elementos de un prisma (caras, aristas, vértices) van a coincidir al armar su desarrollo plano.
- Completar un desarrollo plano que efectivamente dé lugar a un prisma.
- Trazar desarrollos planos diferentes que den lugar a un mismo prisma.

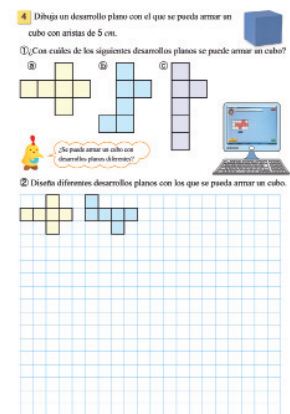


Fig.4

En estos cuatro casos se apela a la capacidad de imaginar la transformación espacial de estas redes de puntos y líneas (Figs. 4 y 5).

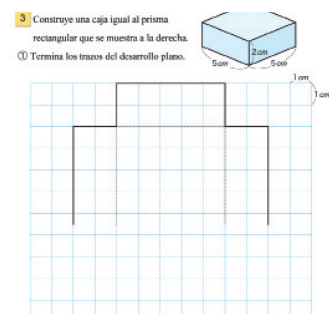
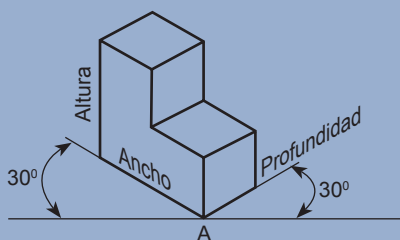
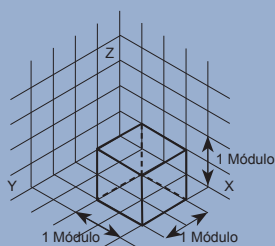


Fig.5

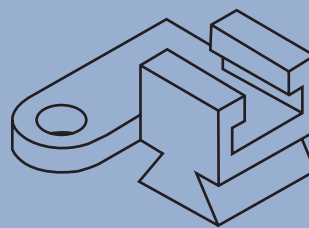
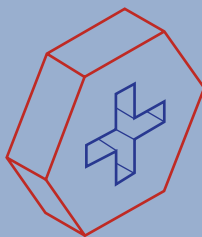


Actividades que se sugieren para los futuros docentes

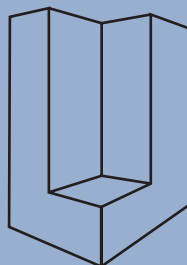
Una *proyección isométrica* es un método gráfico para la representación de un objeto tridimensional en dos dimensiones. Se apoya en tres ejes ortogonales X, Y, Z, los cuales en la proyección isométrica forman ángulos de 120° y las dimensiones paralelas a dichos ejes se miden con la misma escala. Este recurso tiene la ventaja de permitir la representación a escala, y la desventaja de no reflejar la disminución aparente de tamaño –proporcional a la distancia– que percibe el ojo humano.



1. En la página 46 el texto aborda la representación plana de objetos tridimensionales que son justamente representaciones isométricas. Haz las representaciones isométricas de las siguientes formas tridimensionales:



2. Dibuja el desarrollo plano del siguiente cuerpo.



Prismas

Reflexiones adicionales

El *método inductivo* permite descubrir mediante la observación regularidades y coherencia. Los elementos más visibles de esta forma de razonar, según George Pólya (1887-1985), son la analogía, la generalización y la especialización.

Analogía: ocurre al realizar el análisis de la tabla, estudiarla con la intención de descubrir alguna regularidad entre las columnas de datos. Si el análisis permite descubrir una relación entre los datos de cada columna que se cumpla para las otras columnas, entonces se dice que los casos son análogos y la expresión verbal o escrita de esta analogía se llama conjetura.

Generalización: es un aspecto formal, se da al demostrar que las conjeturas encontradas son válidas siempre. Por ejemplo: en el caso de los prismas, que la regularidad descubierta es válida para todos los prismas. La generalización ocurre cuando se dice o escribe: *Para todo prisma rectangular se cumple...* (en el lugar de los puntos suspensivos, se debe escribir la conjetura).

El método inductivo permite avanzar en la formulación de una conjetura, pero esto no resuelve el problema de la generalización en el sentido que lo exigen las matemáticas.

Especialización: consiste en probar la validez de la conjetura en nuevos casos. Si se cumple la conjetura en un nuevo caso, lo único que sucede es que aumente nuestra confianza en ella y nada más.

Desde el punto de vista del establecimiento del conocimiento matemático el método inductivo es limitado, sin embargo, es fundamental para el descubrimiento de éste.

3 Perpendicularidad y paralelismo de caras y aristas

Caras perpendiculares y caras paralelas

1 Retirar la tapa de un prisma rectangular y colocar escuadras en las caras interiores.

2 Ahora coloca una escuadra sobre las caras exteriores del cubo para medir los ángulos rectos.

Las caras adyacentes de un cubo y de un prisma rectangular son perpendiculares.

3 Observa la posición de las caras de una caja rectangular como la que se muestra abajo.

¿Qué caras son perpendiculares?
¿Cuáles no lo son?

Las caras que no se intersectan, como (a) y (d), (b) y (e), son caras paralelas.

Fig. 1

En las páginas 43 a 50 del Tomo VI, Vol.1 se abunda en la comprensión del tema de los prismas.

Cuando los alumnos inician el estudio de estas páginas ya han transitado de un conocimiento global de formas tridimensionales (prisma y cubo) al reconocimiento de sus partes constitutivas: caras, aristas, vértices y los desarrollos planos que los articulan.

Ahora en la página 43 (Fig. 1) se muestran otras características de estas formas relacionadas con las nociones de paralelismo y perpendicularidad:

- Paralelismo y perpendicularidad entre las caras.
- Paralelismo y perpendicularidad entre las caras y las aristas.
- Paralelismo y perpendicularidad entre las aristas.

De esta forma se amplían los conceptos de prisma y cubo al reconocer que se encuentran formados por elementos mas simples, los cuales a su vez se encuentran relacionados de diferentes maneras y que son objeto de la mayoría de las preguntas que se hacen en estas lecciones.

En la página 48 (Fig. 2) hay una tabla a la que el alumno debe completar a partir de los cuatro prismas que se muestran en la imagen de la página 47 (Fig. 3). A manera de ejemplo, la tabla tiene llena la primera columna correspondiente al prisma de base triangular y se pide al alumno que la complete.

Además de completar la tabla, es interesante analizarla con la idea de descubrir alguna relación entre caras, vértices y aristas.

④ ¿Cómo se llaman los cuerpos (a), (b), (c) y (d) de la página anterior?

⑤ Completa la siguiente tabla anotando el número de vértices, aristas y caras de los prismas que se indican.

	Prisma triangular	Prisma cuadrangular	Prisma pentagonal	Prisma hexagonal
Número de vértices	$3 \times 2 = 6$			
Número de aristas	$3 \times 2 + 3 = 9$			
Número de caras	$2 + 3 = 5$			

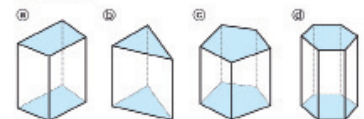


Fig. 2

Si los alumnos descubren una relación a partir de los datos de la tabla, varias cosas significativas habrán ocurrido hasta ahora: además de conocer globalmente a los prismas y de saber que están constituidos por elementos más simples, algunos relacionados por medio de la perpendicularidad y el paralelismo, ahora han descubierto que estos cuatro prismas rectangulares cumplen una relación que los asemeja aún más. Casi de forma natural puede plantearse: ¿la relación descubierta se cumple para otros prismas?

4 Prismas y cilindros

1 Observa que los siguientes cuerpos se construyen a partir de dos caras paralelas.



① ¿Qué forma tienen las caras coloreadas en cada uno de ellos? Compara la forma y el tamaño de esas caras.

② ¿Qué forma tienen las caras que no están coloreadas? ¿Cuántas de esas caras tiene cada cuerpo?

③ ¿Qué caras son perpendiculares?

A los cuerpos como (a), (b), (c) y (d) se les llama prismas.

Las caras paralelas de un prisma que tienen el mismo tamaño y forma, se llaman bases.

Las caras rectangulares que unen las bases de un prisma se llaman caras laterales.

Cuando las bases son triangulares se forma un prisma triangular; cuando son cuadriláteros se forma un prisma cuadrangular; cuando es un pentágono se forma un prisma pentagonal y así sucesivamente. Los cubos son casos particulares de prismas.

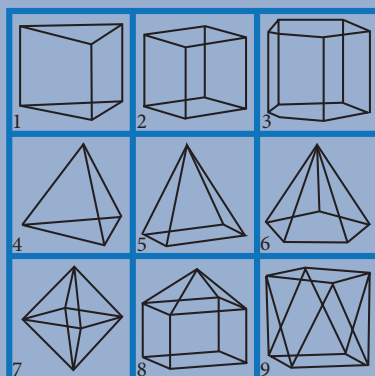
Fig. 3



Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Identifica los poliedros que se muestran en la siguiente tabla:

1. Prisma triangular
2. Cubo
3. Prisma pentagonal
4. Tetraedro
5. Pirámide cuadrada
6. Pirámide pentagonal
7. Octaedro
8. Torre
9. Antiprisma



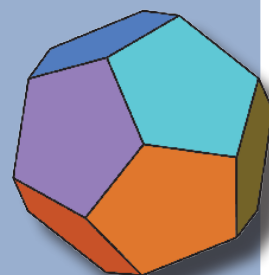
a) *Analogía*: Completa la tabla y busca analogías que permitan establecer una conjetura:

	Prisma triangular	Cubo	Prisma pentagonal	Tetraedro	Pirámide cuadrada	Pirámide pentagonal	Octaedro	Torre	Antiprisma
Vértices									
Aristas									
Caras									

Escribe la conjetura que encontraste.

b) *Generalización*: Escribe la generalización de tu conjetura.

c) *Especialización*: Prueba la validez de tu conjetura para el poliedro de la figura el cual tiene todas sus caras pentagonales.



Número de vértices: _____

Número de aristas: _____

Número de caras: _____

Conclusión: _____